数式処理(例題1)

例題：式の変形

$x+\frac{1}{x}=t$としたとき$x^2+\frac{1}{x^2}$をtで表わせ.

解答例

tを代入する.

```
> t:=x+1/x:
```

2乗してみる.

```
> expand(t^2);
```

$$x^2+2+\frac{1}{x^2} \quad (1.1.1.1)$$

結果から明らかに,

```
> expand(t^2)-2;
```

$$x^2+\frac{1}{x^2} \quad (1.1.1.2)$$

したがって,

```
> x^2+1/x^2='t'^2-2;
```

$$x^2+\frac{1}{x^2}=t^2-2 \quad (1.1.1.3)$$

't'はtへの代入を一時的にキャンセルするため.

課題

$x+\frac{1}{x}=t$としたとき$x^3+\frac{1}{x^3}$をtで表わせ.

例題：

2つの2次方程式 $x^2-(k+1)\,x-k^2=0,\ x^2-\frac{1}{2}\,k\,x-k=0$ がただひとつの共通な実数解をもつとき，定数kの値とその時の共通解を求めよ.

解答例

2つの方程式を代入する.

```
> eq1:=x^2-(k+1)*x-k^2=0:
  eq2:=x^2-1/2*k*x-k=0:
```

{x,k}を変数とする2つの方程式とみなして連立方程式を解く.

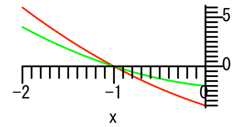
```
> solve({eq1,eq2},{x,k});
```

(1.2.1.1)

$$\{x=0, k=0\}, \{x=-1, k=2\}, \left\{k=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\,\mathrm{RootOf}\left(5\_Z^2-2\_Z+1, \mathrm{label}=\_L8\right), x=2\,\mathrm{RootOf}\left(5\_Z^2-2\_Z+1, \mathrm{label}=\_L8\right)\right\} \quad (1.2.1.1)$$

実数解はk=0, k=2のときにx=0, x=-1である．k=2の時の2つの方程式の左辺を2次関数とみなしてプロットしてみる.

```
> plot(subs(k=2,{lhs(eq1),lhs(eq2)}),x=-2..0);
```



課題

2つの2次方程式 $-x^2+(2+k)\,x-2\,k=0,\ x^2+(-1-k)\,x+k=0$ がただひとつの共通な実数解をもつとき，定数kの値とその時の共通解を求めよ.

課題(旭川大)

$a^2+\frac{1}{a^2}=4$のとき，次の値を求めよ．ただし，$1<a<2$とする.

(1) $a^2-\frac{1}{a^2}$, (2) $a^3-\frac{1}{a^3}$, (3) $a^5-\frac{1}{a^5}$

ヒント：(2)の因数分解は以下のようにする.

```
> subs(b=1/a,factor(a^3-b^3));
```

$$\left(a-\frac{1}{a}\right)\left(a^2+1+\frac{1}{a^2}\right) \quad (1.3.1)$$

課題

$\frac{1}{3-\sqrt{7}}$の整数部分をp, 小数部分をqとしたときの，$p^2+2\,p\,q+4\,q^2$を求めよ.

ヒント：trunc, frac等を調べよ.